Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации**

**Олимпиада школьников РАНХиГС**

**Заключительный этап**

Класс: 11

Профиль: ЭКОНОМИКА

Фамилия: ИВАНИН

Имя: СВЯТОСЛАВ

Отчество: ГЕОРГИЕВИЧ

Страна: РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

Регион: МОСКОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

ВСЕГО СТРАНИЦ 8 ПОДПИСЬ УЧАСТНИКА

Вариант 2

РАНХиГС
www.ranepa.ru

Изначально акционерный №2 капитал — 12 000 акций. У Олега Л. 720 акций, у Юрия В. — 480 акций. Значит у Олега $\frac{720}{12000} = \frac{72}{1200} = \frac{18}{300} = \frac{9}{150}$ всех акций, а у Юрия — $\frac{480}{12000} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ всех акций. Если 1500 новых акций раздают согласно их текущим пакетам, то Олегу достанется $1500 \cdot \frac{9}{150} = 90$ акций из этих 1500, а Юрию — $1500 \cdot \frac{1}{25} = 60$ акций. Тогда всего у Олега будет $90 + 720 = 810$ акций, а у Юрия $60 + 480 = 540$ акций. Юрий продает $\frac{1}{3}$ всех своих акций, т.е. продает $\frac{1}{3} \cdot 540 = 180$ акций. Он продает их Олегу, значит у Олега будет $810 + 180 = 990$ акций.

Ответ: 990 акций.

Задача №2

№3

$E_t(x_{t+1}) + y_t = x_t.$ $y_t = 0{,}6\, y_{t-1}$

$E_t(x_{t+1}) = 0{,}6\, x_{t-1} + 60$

$x_0 = 200.$ $y_0 = 300.$

1) $y_1 = 0{,}6 y_0$, $y_2 = 0{,}6 y_1 = 0{,}6(0{,}6 y_0)$, $y_3 = 0{,}6\, y_2 = 0{,}6\cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 y_0 \ldots$

Петр каждый следующий день пьёт долю 0,6 от количества чая выпитого в предыдущий день $\Rightarrow$

$y_t = 0{,}6^t \cdot y_0$ ← увеличиваем $t$ на 1 ⇒ кол-во чая домножается на 0,6. $y_1 = 0{,}6 y_0 = 0{,}6^1 y_0$ — верно ⇒ зависимость работает.

$E_t(x_{t+1}) = 0{,}6\, x_{t-1} + 60.$

Тогда $x_t = 0{,}8(0{,}6 x_{t-1} + 60) + y_t = 0{,}48\, x_{t-1} + 48 + 0{,}6^t \cdot y_0 =$

$0{,}48(x_{t-2} \cdot 0{,}48 + 48 + 0{,}6^{t-1} y_0) + 48 + 0{,}6^t y_0 =$

$0{,}48(0{,}48 \cdot (x_{t-3} \cdot 0{,}48 + 48 + 0{,}6^{t-2} y_0) + 48 + 0{,}6^{t-1} y_0) + 48 + 0{,}6^t y_0 =$

$\ldots = 0{,}48^t x_0 + (0{,}48^{t-1}(48 + 0{,}6 y_0) + 0{,}48^{t-2}(48 + 0{,}6^2 y_0) + \ldots + 0{,}48^{t-t}(48 + 0{,}6^t y_0))$

$= 0{,}48^t x_0 + (0{,}48^{t-1} \cdot 48 + 0{,}48^{t-2} \cdot 48 + 0{,}48^{t-3} \cdot 48 + \ldots + 0{,}48^0 \cdot 48) + (0{,}48^{t-1} \cdot 0{,}6^1 y_0 + 0{,}48^{t-2} \cdot 0{,}6^2 y_0$

$+ 0{,}48^{t-3} \cdot 0{,}6^3 y_0 + \ldots + 0{,}48^{t-t} \cdot 0{,}6^t y_0) = 0{,}48^t x_0 + 48(1 + 0{,}48 + 0{,}48^2 + \ldots + 0{,}48^{t-1}) +$

$y_0(0{,}6^t + 0{,}48 \cdot 0{,}6^{t-1} + 0{,}48^2\, 0{,}6^{t-2} + \ldots + 0{,}48^{t-1} \cdot 0{,}6^1).$

$1 + 0{,}48 + 0{,}48^2 + \ldots + 0{,}48^{t-1} = \frac{1(1 - 0{,}48^t)}{1 - 0{,}48}$ ← по формуле суммы геом. прогрессии

$0{,}6^t + 0{,}48 \cdot 0{,}6^{t-1} + \ldots + 0{,}48^{t-1} \cdot 0{,}6 = \frac{0{,}6^t\left(1 - \left(\frac{0{,}48}{0{,}6}\right)^t\right)}{1 - \frac{0{,}48}{0{,}6}}$ ($\frac{0{,}48}{0{,}6}$ — шаг геом. пр.)

Тогда $x_t = 0{,}48^t \cdot x_0 + 48 \cdot \frac{1 - 0{,}48^t}{1 - 0{,}48} + y_0 \cdot \frac{0{,}6^t\left(1 - \frac{0{,}48^t}{0{,}6^t}\right)}{1 - \frac{0{,}48}{0{,}6}} =$

$0{,}48^t x_0 + \frac{48}{0{,}52}(1 - 0{,}48^t) + y_0 \cdot \frac{0{,}6^t - 0{,}48^t}{\frac{0{,}12}{0{,}6}} = 0{,}48^t x_0 + 48 \cdot \frac{100}{52}(1 - 0{,}48^t) +$

$5 y_0 (0{,}6^t - 0{,}48^t) = \underline{0{,}48^t x_0 + \frac{1200}{13}(1 - 0{,}48^t) + 5 y_0(0{,}6^t - 0{,}48^t)}$

См. продолжение на странице 3

Продолжение: тогда в первый день (понедельник)

2) $x_1 = 0{,}48^1 x_0 + \frac{1200}{13}(1-0{,}48^1) + 5y_0(0{,}6^1 - 0{,}48^1) =$
$0{,}48\cdot 200 + \frac{1200}{13}\cdot 0{,}52 + 5y_0\cdot 0{,}12 = 96 + \frac{12\cdot 52}{13} + 0{,}6\cdot 300 =$
$96 + 48 + 180 = \cancel{144+180}\ 144 + 180 = 324$ мл

А во вторник: $x_2 = 0{,}48^2\cdot 200 + \frac{1200}{13}(1-0{,}48^2) + 5\cdot 300(0{,}6^2 - 0{,}48^2)$
$\cancel{= 0{,}48^2(200 - \frac{1200}{13} - 5\cdot 300) + \frac{1200}{13} + 5\cdot 300\cdot 0{,}6^2}$
$= (0{,}48\cdot 200)0{,}48 + \frac{1200}{13}\cdot(1-0{,}48)(1+0{,}48) + 1500(0{,}6+0{,}48)(0{,}6-0{,}48) =$
$96\cdot 0{,}48 + \frac{1200}{13}\cdot 0{,}52\cdot 1{,}48 + 1500\cdot 0{,}12\cdot 1{,}08 = 96\cdot 0{,}48 + 48\cdot 1{,}48 + 180\cdot 1{,}08 =$

из прошлого вычисления (из $x_1$)

$\cancel{48\cdot 0{,}96}\ 48\cdot 0{,}96 + 48\cdot 1{,}48 + 180\cdot 1{,}08 =$
$48(0{,}96 + 1{,}48) + 180\cdot 1{,}08 = 48\cdot 2{,}44 + 180\cdot 1{,}08 =$
$48(2 + 0{,}4 + 0{,}04) + 180(1 + 0{,}08) = 96 + 19{,}2 + 1{,}92 + 180 + 18\cdot 0{,}8 =$
$276 + 21{,}12 + 14{,}4 = 276 + 35{,}52 = 311{,}52$ мл

3) $E_1(x_2) = 0{,}6x_0 + 60 = 0{,}6\cdot 200 + 60 = 180$ мл $\neq x_2$

В реальности решения принимаются, когда нам известны значения факторов, которые не зависят от нас. Но эти значения могут отличаться от наших ожиданий (например, в этой задаче $E_t(x_{t+1})$ не учитывает значение $y_t$, а $x_t$ — учитывает).

Функция полезности человека может меняться в течение дня. Поэтому во время обдумывания нам могут казаться ~~...~~ оптимальными одни решения, а когда мы сталкиваемся с реальностью — другие.

№5

I = 400 000 руб.

1) 1. В конце срока: $400\,000\cdot(1+18\%) = 400\cdot10^3\cdot1{,}18 = 472\,000$ руб.

2. 100 юан = 80 руб. $\Rightarrow$ 1 руб = $\frac{100}{80}$ юан $\Rightarrow$ 400 000 руб = $400000\cdot\frac{100}{80} = 4\cdot10^5\cdot\frac{5}{4} = 5\cdot10^5$ юан. $\Rightarrow$ через год депозита будет $5\cdot10^5\cdot(1+4\%) = 5\cdot1{,}04\cdot10^5 = 5{,}2\cdot10^5$ юан, а курс: 100 юан = 75 руб $\Rightarrow$ 1 юан = 0,75 руб $\Rightarrow$ $5{,}2\cdot10^5$ юан = $0{,}75\cdot5{,}2\cdot10^5 = \frac{3}{4}\cdot5{,}2\cdot10^5 = 3{,}9\cdot10^5 =$ 390 000 руб.

3. 1 евро = 92 руб $\Rightarrow$ $\frac{400\,000\cdot92}{92}$ руб = 400000 руб = $\frac{400\,000}{92}$ евро

На эти евро можно купить $\frac{400\,000}{92}\cdot\frac{1}{100} = \frac{4000}{92} = \frac{1000}{23}$ облигаций (предположим, что можно купить нецелое число облигаций). Тогда через год, после продажи и обмена евро на рубли у Ивана будет $\frac{1000}{23}\cdot105\cdot102 = \frac{1000}{23}\cdot10710 = \frac{10710000}{23} = 465652\frac{4}{23}$ руб

$$\begin{array}{l} 10710000 \,|\, 23 \\ \quad 465652 \\ 92 \\ 151 \\ 138 \\ 130 \\ 115 \\ 150 \\ 138 \\ 120 \\ 115 \\ 50 \\ 46 \\ 4 \end{array}$$

Если кол-во облигаций целое, то:

$\frac{1000}{23} = 43\frac{11}{23}$ $\Rightarrow$ можно купить не более 43 облигаций.

Через год, после их продажи, у Ивана будет $43\cdot105 + (\frac{400000}{92} - 43\cdot100)$ евро, непотраченные евро

Эти евро он обменяет на $(43\cdot105 + \frac{400000}{92} - 43\cdot100)\cdot102 =$
$43\cdot5\cdot102 + \frac{400000}{92}\cdot102 = 510\cdot43 + \frac{400\,000}{46}\cdot51 =$
$51(430 + \frac{200000}{23}) = 51\cdot\frac{209890}{23}$, что ещё меньше, чем $465652\frac{4}{23}$ т.к. теперь есть средства, которые не будут вложены в облигации, а значит и не принесут дохода от продажи и купонов $\Rightarrow$

В любом случае самый выгодный вклад – рублёвый (первый).

См. продолжение на странице 5

5

2) 1. В реальности нельзя однозначно определить каким будет курс валют. Курс иностранной валюты может принять такие значения, что может быть выгодно вкладывать в другую страну.

2. Нельзя быть точно уверенным в том, сколько принесёт облигация после её продажи, т.к. цена облигации через год будет зависеть от ключевой ставки в странах, использующих евро, а также от ожиданий рынка по поводу ключевой ставки. А значение ключевой ставки зависит от множества параметров, которые могут измениться так, что ставку поменяют, причём возможно как снижение, так и ~~[illegible]~~ повышение, а значит цена может как вырасти, так и упасть, что ~~[illegible]~~ не позволяет нам узнать точную сумму, которую мы получим.

3. При расчёте номинального числа рублей, полученных через год, Иван не учитывал риски, которые связаны с каждым из этих вариантов. Возможно, что банк, в который он вкладывался, не сможет вернуть депозит, эмитент евро-облигаций объявит дефолт, и Иван не получит купон, либо введутся ограничения, которые не позволят Ивану вывести деньги из другой страны.

№4

а) 1. Те, кто продаёт ~~яблоки~~ продукты на развес не тратятся на упаковку, а также ~~[illegible]~~ нанимают ~~[illegible]~~ меньше фасовщиков, чем те, кто фасует эти ~~яблоки~~ продукты. Значит те, кто продаёт на развес, тратят меньше на ~~одно яблоко~~ одну единицу продукта, чем те, кто фасует. Значит ~~[illegible]~~ продавцы на развес готовы выставить меньшую цену за единицу продукта т.к. у них ниже издержки.

2. Для покупателя быстрее и удобнее взять одну упаковку, где уже будет цена, чем набирать яблоки в пакет, взвешивать их и наклеивать ценник. Значит спрос на фасованные яблоки выше, что позволяет продавцу выставить более высокие цены.

б) 1. Как правило, фасовкой яблок занимаются крупные фирмы, которые обладают достаточно автоматизированным производством. Это значит, что у этих фирм достаточно высокие фиксированные издержки и не такие большие переменные. А это значит, что при больших объёмах продаж средние издержки фирмы уменьшаются, что позволяет ей продавать яблоки дешевле, чем у конкурентов.

~~2. У яблок на развес не видно производителя, а фасованных яблок видно. Поэтому фирма может так~~

2. Т.к. фасуют яблоки, как правило, более крупные производители, они могут заключить соглашение с магазинами, позволяющее закупать большее количество яблок оптом по более выгодным ценам

№1

$\bar{y} = 0{,}0075\ м^3 = \frac{3}{400}\ м^3$   2 д.е — $0{,}01\ м^3$   40 бутылок в день

$y_j = 0{,}0005 + \frac{\bar{y} - 0{,}0005}{1+e_i}$   $Y = \sum y_j \cdot 1{,}1$

$u_i = 200 - 2p - 3e_i$

А) $e_i \to \infty \Rightarrow \frac{\bar{y} - 0{,}0005}{1+e_i} \to 0 \Rightarrow \underline{y_j \to 0{,}0005}$

Б) ~~[illegible]~~ $u_i = 200 - 2p - 3e_i$ убывает по $e_i$ ⇒ выгодно выбрать минимальное $e_i$ ⇒ $\underline{e_i = 0}$ ⇒ $e_1 = e_2 = e_3 = 0$ ⇒

$y_j = 0{,}0005 + \frac{\bar{y} - 0{,}0005}{1+0} = \bar{y} = 0{,}0075\ м^3$. 40 бутылок с поросёнка, а поросят трое ⇒ за месяц:

$Y = 1{,}1 \cdot \sum y_j = 1{,}1 \cdot 40 \cdot 3 \cdot 0{,}0075 = 1{,}1 \cdot 120 \cdot 0{,}0075 =$
$11 \cdot 12 \cdot \frac{3}{400} = \frac{11 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 100} = \frac{99}{100}\ м^3$

В) Если Волк не планирует ни прибыли, ни убытков, то $\pi = 0$. ← столько требуется за 1 м³ мусора

$\pi = 3p - Y \cdot (100 \cdot 2) = 3p - 200Y = 3p - 200 \cdot \frac{99}{100} = 3p - 2 \cdot 99 = 3(p - 66)$

$3(p-66) = 0 \Rightarrow p = 66 \Rightarrow u_i = 200 - 2 \cdot 66 - 3 \cdot 0 = 200 - 132 > 0$ ⇒ поросята согласятся

Г) $3p - 200Y = 0 \Rightarrow p = \frac{200}{3} Y = \frac{200}{3} \cdot 1{,}1 \sum y_j = \frac{220}{3} \sum y_j \Rightarrow$

$u_i = 200 - 2p - 3e_i = 200 - \frac{440}{3} \sum y_j - 3e_i$. ~~У~~ поросят одинаковые функции полезности ⇒ $\sum y_j = 40 \cdot 3\, y_j = 120 \cdot \left(0{,}0005 + \frac{\bar{y} - 0{,}0005}{1+e_i}\right) =$

$0{,}06 + \frac{120\bar{y} - 0{,}06}{1+e_i} =$ ~~[illegible]~~ $0{,}06 + \frac{120 \cdot \frac{3}{400} - 0{,}06}{1+e_i} = 0{,}06 - \frac{0{,}9 - 0{,}06}{1+e_i}$

См. продолжение на странице 8

№1

Продолжение: $0{,}06 + \frac{0{,}9-0{,}06}{1+l_i} = 0{,}06 + \frac{0{,}84}{1+l_i} = \Sigma y_i \Rightarrow$

$U_i = 200 - \frac{440}{3}\left(0{,}06 + \frac{0{,}84}{1+l_i}\right) - 3l_i = 200 - \frac{440}{3}\cdot 0{,}06 -$

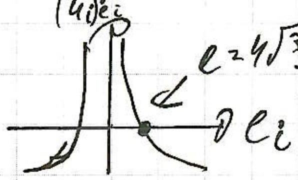
$\frac{0{,}84\cdot\frac{440}{3}}{1+l_i} - 3l_i$. $\cancel{(U_i)'_{l_i} = -3 \ldots \frac{-(1+l_i)}{(1+l_i)^2} = \frac{1}{1+l_i} - 3 = 0 \Rightarrow}$

$\cancel{3(1+l_i) = 1 \Rightarrow l_i = \frac{1}{3}}$

$(U_i)'_{l_i} = -\frac{0{,}84\cdot\frac{440}{3}}{(1+l_i)^2}(-1) - 3 = \frac{\frac{84}{100}\cdot\frac{400}{3}}{(1+l_i)^2} - 3 = \frac{4\cdot 28}{(1+l_i)^2} - 3 = 0$

$4\cdot 28 = 3(1+l_i)^2 \Rightarrow \underline{l_i = \sqrt{\frac{4\cdot 28}{3}} - 1 = 4\sqrt{\frac{7}{3}} - 1}$. График

Ui от производной:




$\Rightarrow$ Нашли оптимум.

$U_i\left(4\sqrt{\frac{7}{3}} - 1\right) = 200 - \frac{440}{3}\cdot 0{,}06 - \frac{4\cdot 28}{1 + 4\sqrt{\frac{7}{3}} - 1} - 3\left(4\sqrt{\frac{7}{3}} - 1\right) =$

$200 - \frac{6}{100}\cdot\frac{440}{3} - \frac{28\cdot 4}{4\sqrt{\frac{7}{3}}} + 3 - 12\sqrt{\frac{7}{3}} = 200 - \frac{440}{5} - \frac{28\sqrt{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} + 3 -$

$12\sqrt{\frac{7}{3}} = 200 - 88 + 3 - 28\cdot\frac{3}{7}\sqrt{\frac{7}{3}} - 12\sqrt{\frac{7}{3}} = 115 - 24\sqrt{\frac{7}{3}} > 115 - 24\cdot 1{,}6 >$

$200 - 2\cdot 66 = 68$.

Полезность увеличилась т.к. раньше они воспринимали $y$ как заданное, а теперь поняли что влияют на него.